

基于视频分析软件 Tracker 测量刚体转动惯量

贾 昱,程敏熙,安 盟,王经淘,李荣妹

(华南师范大学 物理与电信工程学院,广东 广州 510006)

摘要:在传统刚体转动惯量实验仪器的基础上,用弹簧代替砝码,用手机拍摄实验过程,用 Tracker 和 Origin 软件处理实验数据,来研究刚体转动惯量.考虑加速度、摩擦力矩等因素的影响后,系统误差减少,并实验测量了摩擦力矩.

关键词:刚体;转动惯量;数据采集;Tracker;Origin

中图分类号:O313.3;O4-39

文献标识码:A

文章编号:1005-4642(2014)05-0033-03

1 引言

刚体转动惯量是非常重要的物理量,转动惯量的测量是大学物理实验中的基本实验,传统的方法是用落体法进行测量,但随着教学的进步和实验手段的不断更新,如何在原有仪器的条件基础上,增加新的内容和手段,使原实验更具有开放性和创新性,提高实验测量的精确度,是需要思考的问题^[1].

Tracker 视频分析软件是由美国卡布里洛大学(Cabrillo College)的道格拉斯·布朗(Douglas Brown)教授开发的开源软件^[2].它的特点是能够捕获视频中的位移时间数据并进行分析.Tracker 已有相应的中文版提供免费下载使用^[2],最新的版本是 4.8,网址是:<http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>.在物理实验教学中,运用视频分析,可以呈现实验现象,获取实验数据,展现运动学规律.

本文应用 Tracker 等技术手段,对测量转动惯量的方法进行了改进:用弹簧代替落体法中下落的砝码,用数码相机(或手机)等数码拍摄装置代替秒表拍摄视频,用 Tracker 视频分析软件捕获视频文件中的数据,最后用 Origin 软件进行精确的曲线拟合,从而求出转动惯量.本文的测量方法在原有的刚体转动惯量测量实验的基础上进行,提高了测量的精度.

2 实验设计原理和方法

在传统的落体法中^[3],塔轮受到细绳的拉力和转轴摩擦力的力矩作用,砝码 m 以加速度 a 下落,砝码 m 由静止开始下落高度 h 所用的时间为 t ,得到:

$$m(g-a)r - M_{\mu} = \frac{2hI}{rt^2}, \quad (1)$$

式中, g 为当地重力加速度, r 为塔轮的半径和转动角加速度, I 为转动系统对转动轴的转动惯量, M_{μ} 为轴承的摩擦力矩,这里视为恒量.

实验过程 $g \gg a$ 中,则又有

$$mgr = \frac{2hI}{rt^2} + M_{\mu}. \quad (2)$$

由式(1)和式(2)可知,传统方法忽略了砝码下落的加速度,但这样会导致较明显的误差^[4];在塔轮转动过程中,摩擦力矩也会随塔轮速度增大而增大^[5];下落砝码的质量不同,摩擦力矩也会不同^[6],所以测量时把摩擦力矩看成恒定量是不准确的;测量时用秒表计,存在较大人为误差^[5].

本文的设计如图 1 所示,用弹簧代替下落的砝码,在不远处放置手机等视频拍摄装置.弹簧一端固定在地面上,一端与细绳连接.弹簧上附一标记物,颜色与背景有较大的反差,这样便于之后用 Tracker 软件捕获数据.把绳子缠绕在塔轮上,拉紧弹簧,使标记物与突出物平齐,这样标记

收稿日期:2013-10-16;修改日期:2014-04-04

作者简介:贾 昱(1981-),男,山西朔州人,华南师范大学物理与电信工程学院硕士研究生,主要研究方向为物理课程与教学论.

通信作者:程敏熙(1962-),男,广东四会人,华南师范大学物理与电信工程学院副教授,博士,研究方向为光电技术与系统,物理实验设计.

物到地面的距离与突出物到地面的距离相等. 准备就绪后, 释放塔轮, 塔轮在弹簧的拉力下开始转动, 拍摄弹簧上标记物随弹簧从伸长到恢复原长的下落过程.

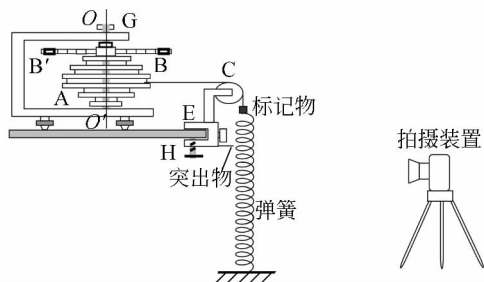


图 1 新转动惯量实验原理图

刚体受到拉力和摩擦力的力矩作用, 有

$$M = I\beta = F_{\text{拉}} r + M_{\mu}, \quad (3)$$

其中 I 为刚体转动惯量, β 为刚体旋转的角速度. 拉力为

$$F_{\text{拉}} = -Kx. \quad (4)$$

文献[4]中通过实验的方法得出结论: 摩擦力矩与角速度在加速度变化不大的情况下, 成线性关系, 所以有

$$M_{\mu} = -\mu\omega, \quad (5)$$

又

$$\beta = \frac{a}{r} = \frac{1}{r} \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{1}{r} \frac{dx}{dt}, \quad (6)$$

联立上述等式, 方程化为^[7]

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\mu}{I} \frac{dx}{dt} + \frac{Kr^2}{I} x = 0. \quad (7)$$

令 $2n = \frac{\mu}{I}$, $k^2 = \frac{Kr^2}{I}$, 则方程(7)可化为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0, \quad (8)$$

(8)式初始条件为 $\begin{cases} t=0, & x=x_0, \\ t=0, & \frac{dx}{dt}=0. \end{cases}$

可以看出方程(8)是一阻尼振动方程, 在实验过程中, 弹簧并没有做往复运动, 只是向下收缩直到停止, 整个过程只有 $1/4$ 周期. 在本实验中, 摩擦阻尼系数较小, 所以方程的解为^[8]

$$x = Ae^{-nt} \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

其中, $\omega = \sqrt{k^2 - n^2}$, $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(nx_0)^2}{\omega^2}}$, $\tan \varphi = \frac{\omega}{n}$, $n = \frac{\mu}{2I}$. 此(9)式表示出位移 x 与时间 t 的关

系. 根据此关系式, 可以用 Origin 拟合 Tracker 捕获到的数据, 从而求出转动惯量.

3 实验数据处理及结果分析

实验使用普通的手机, 型号为: 摩托罗拉 mb502, 带有拍摄视频功能, 拍摄像素为 352×280 , 帧率为 30 帧. 拍摄弹簧上标记物随弹簧从伸长到恢复原长的下落过程(约 $4 \sim 6$ s)后, 将拍摄装置用数据线连接电脑, 接着按照下列步骤进行数据处理.

3.1 用 Tracker 软件捕 $x-t$ 获数据

将拍摄装置中的视频文件拖入 Tracker 界面导入数据, 然后建立坐标系, 使坐标的 x 方向指向标记物下落的相反方向, 并建立标尺, 输入标记物到地面的距离 0.75, 表示这个距离是 0.75 m (这样做的目的是为了给位移 x 赋予具体的值, 在接下来的 Origin 软件中更方便地进行曲线拟合, 因为曲线拟合需要先输入各参量的大致范围, 这样才能更快更准确地拟合. 经过曲线拟合就可以得到摩擦阻尼系数和角速度这 2 个参量的拟合值, 从式(9)的结果可以看出, 摩擦阻尼系数和角速度这 2 个参量与高度无关, 所以在实验过程中标记物高度的测量不会影响实验结果的准确性). 接着选择标记物下落开始时为起始帧, 标记物停止下落为结束帧, 进行数据捕获. 最后, 打开 Tracker 的数据工具界面, 看到放大的图表和数据表格, 如图 2 所示^[9].

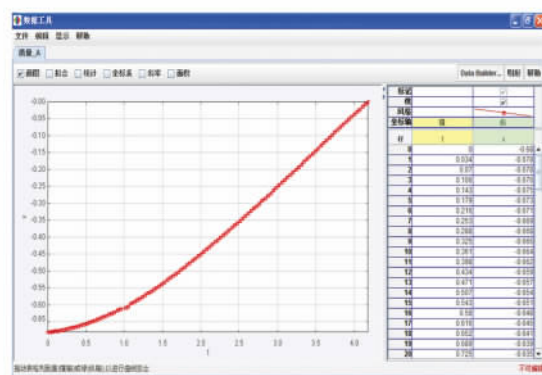


图 2 Tracker 的数据工具界面

3.2 用 Origin 拟合曲线

把 Tracker 软件中数据工具中表格的数据复制到 Origin 中. 利用 Origin 的高级拟合工具^[10]进行非线性拟合, 在公式栏输入 $A * \exp(B * t) *$

$\sin(C * t + D)$, A, B, C, D 分别代表振幅、摩擦阻尼系数、角速度和相位差. 经过数秒, 就得到准确的拟合数值, 如表 1 所示.

表 1 Origin 转件的拟合结果

	A	B	C	D
数值	0.710	-0.062	0.429	-1.68
误差	0.001	0.004	0.004	0.02

把拟合结果得到的 B, C 值, 代入原结果,

$$\omega = \sqrt{k^2 - n^2} = \sqrt{\frac{Kr^2}{I} - n^2}, \quad (10)$$

得刚体转动惯量为

$$I = \frac{Kr^2}{\omega^2 - n^2} = 1.36 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

摩擦阻力系数为

$$\mu = 2nI = 1.69 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

又根据误差传递公式, 转动惯量的误差为

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial K} \delta K\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial r} \delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial \omega} \delta \omega\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial n} \delta n\right)^2} = 2.23 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

最后结果表示为: $I = (1.36 \pm 0.02) \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 而用传统方法测得的转动惯量为 $I = (1.59 \pm 0.04) \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

传统方法的误差来源是: a. 系统误差, 忽略加速度 a 带来的误差, 将摩擦力矩视为恒定带来的误差; b. 随机误差, 砝码的质量测量误差, 秒表人工计时的误差, 砝码下落高度测量误差, 塔轮直径测量的误差.

实验误差来源是: 弹簧劲度系数的误差, 塔轮直径测量误差, 拟合曲线误差(根据最小二乘法等算法得到结果的误差).

从结果来看, 本方法的测量值比传统测量值略小, 减少了一定的系统误差, 即传统方法忽略了砝码下落的加速度 a , 会导致转动惯量偏大^[4], 与文献中的描述一致, 同样下落砝码质量越大, 摩擦力矩越大, 传统方法把不同砝码下落的摩擦力矩视为恒定, 导致了计算结果中摩擦力矩偏小, 转动惯量偏大^[11].

相对误差较传统的测量方法的误差也有减小, 原因在于新的实验方法没有秒表计时的人为误差, 而是通过软件捕获数据, 较为精确; 不必精

确测量下落高度 h 的值, 因为角速度是通过拟合的方式得到的, 与高度 h 无关, 所以也避免了一定的误差^[12]; 把摩擦力矩近似为变量, 而不是恒定值, 也提高了一定的精确度.

4 结 论

本文采用了拍摄视频的方法, 减少了实验的系统误差, 对摩擦力矩与角速度的关系的描述更加科学准确. 使用有拍摄视频功能的普通手机即可进行实验, 并降低了实验的人为因素的影响, 可重复性强. 实验过程时间较短, 操作容易掌握, 在原有仪器上进行, 拓展了原实验的内容.

参考文献:

- [1] 王海林, 司嵘嵘, 李相银. 落体法测量刚体转动惯量实验中引起测量值偏离的因素分析[J]. 物理实验, 2012, 32(5): 25.
- [2] 李玉峰, 熊建文, 杨友源. 视频分析软件在物理实验中的应用[J]. 实验室研究与探索, 2009, 28(4): 62-64.
- [3] 朱俊孔. 普通物理实验[M]. 济南: 山东大学出版社, 2001: 71-74.
- [4] 刘丽君, 李学金, 李兵. 刚体转动惯量实验误差分析[J]. 大学物理实验, 1999, 12(2): 46-48.
- [5] 张艳亮. 刚体转动惯量测定实验中阻力矩与角速度关系的研究[J]. 大学物理实验, 2012, 25(5): 51-53.
- [6] 班丽英. 刚体转动惯量实验中影响阻力矩因素研究[J]. 煤矿机械, 2006, 27(4): 37-39.
- [7] 漆安慎, 杜禅英. 普通物理学教程(力学)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 309-312.
- [8] 同济大学应用数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 37-39.
- [9] 丁晓彬, 董晨钟. 基于 2D 开源视频分析和建模软件 Tracker 研究抛体运动实验[J]. 大学物理, 2012, 31(7): 34-36.
- [10] 武新, 张永胜. Origin 在曲线拟合中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2005, 17(41): 206-207.
- [11] 杨涛, 任明放. 刚体转动惯量实验中时间测量的改进方法[J]. 大学物理, 2005, 24(4): 37-39.
- [12] 郭长立, 李三庆. 落体法测刚体转动惯量的测量方法比较[J]. 大学物理, 2004, 27(3): 37-39.
- [13] 李静, 厉志明. 普通物理实验[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1994: 11-12.

(下转第 39 页)

Measuring radius of curvature and refractive index of thick double-convex lens

GU Ju-guan, ZHENG Li-juan

(College of Science, Huzhou Teachers College, Huzhou 313000, China)

Abstract: By adopting refraction-reflection-refraction and refraction-refraction imaging process, in which the object and image could be on the same screen or on separate screens, the radius of curvature and refractive index of thick double-convex lens were measured, and the focal length of the thick double-convex lens was calculated. The experimental method revealed the process of imaging, enriched the methods of determining the optical parameters of lens.

Key words: thick double-convex lens; radius of curvature; refractive index; focal length

[责任编辑:郭 伟]

(上接第 32 页)

Experimental device of four quadrant photoelectric detector

YANG Ying-ping, CHEN Meng-wei, JIA Xin-ting

(Physics Experimental Model Center, College of Science,
Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Based on the spot allocation procedure with four quadrant photoelectric detector, a comprehensive experimental device of four quadrant detector was developed. The experimental device could realize optoelectronic orientation by both hardware and software, and could track the target simply, intuitively, rapidly and accurately.

Key words: four quadrant photoelectric detector; spot; center allocation

[责任编辑:郭 伟]

(上接第 35 页)

Measuring moment of inertia of rigid body using Tracker

JIA Yu, CHENG Min-xi, AN Meng, WANG Jing-tao, LI Rong-mei

(School of Physics and Telecommunication Engineering,
South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The traditional experimental device of moment of inertia of rigid body was improved by replacing the weight with a spring. A video of the experimental process was recorded by a mobile phone, the data were processed by Tracker and Origin. The influence of acceleration and friction moment was taken into account, and the friction moment was measured.

Key words: rigid body; moment of inertia; data collection; Tracker; Origin

[责任编辑:郭 伟]